УДК 519.872

А.И. Мартышкин,
кандидат технических наук,
доцент кафедры ВМиС
Пензенского государственного технологического университета,
г. Пенза, Российская Федерация

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИСПЕТЧЕРОВ ЗАДАЧ СО СТРАТЕГИЕЙ РАЗДЕЛЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ В СОСТАВЕ МНОГОПРОЦЕССОРНОЙ СИСТЕМЫ НА ОСНОВЕ ОТКРЫТЫХ СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-07-00012 А).

Аннотация. *В статье проводится моделирование подсистемы диспетчеризации для анализа производительности диспетчера задач со стратегией разделения в пространстве в составе многопроцессорной системе. Методы исследования основаны на положениях теории систем и сетей массового обслуживания и теории вероятностей. В статье приводится возможный вариант численного моделирования диспетчеров задач на основе открытых (разомкнутых) сетей массового обслуживания. Результатами работы являются выражения для расчета характеристик представленной системы: для каждого класса задач в отдельности и для суммарного потока задач. Сделаны выводы.*

Ключевые слова: *математическая модель, диспетчер задач, разделение в пространстве, случайный процесс, система массового обслуживания, приоритет, вероятность.*

Изучая сложные системы со случайным характером функционирования, полезной математической моделью является стохастический процесс, который развивается в зависимости от ряда случайных факторов.

Примером случайных процессов могут служить процессы, связанные с диспетчеризацией задач в многопроцессорных системах. Большая часть моделей систем со стохастическим характером функционирования строится на основе моделей массового обслуживания, процессы в которых являются случайными и, зачастую, марковскими, либо каким-то образом связанные с марковскими процессами, применение которых оказывается особенно эффективным и результативным при исследовании систем и сетей массового обслуживания с накопителями ограниченной емкости.

Математическая модель диспетчера задач (ДЗ) со стратегией разделения в пространстве [1; 2; 3] и [4; 5; 6; 7] состоит из *n*-одноканальных систем массового обслуживания (СМО) ($S_1,\dots,S_m$) (см. рис. 1). Каждая такая СМО моделирует обслуживание в ДЗ и центральном процессоре (ЦП) (S_1, S_2,…, S_m). Источник S_0 моделирует потоки заявок λ_0 и поглощает обслуженные заявки. Перед ДЗ формируются очереди с ограничением числа мест [8]. В систему поступает неоднородный поток задач. Ожидающие обслуживания задачи разнесены по очередям ограниченной емкости. Между задачами разных классов установлены относительные приоритеты (ОП) [9], означающие, что всякий раз из очередей на обслуживание выбирается задача с самым высоким приоритетом. При этом при поступлении в систему высокоприоритетной задачи обслуживание низкоприоритетной не прерывается [10]. При заполненных очередях поступившая задача не принимается на обслуживание. ДЗ и ЦП представляются в виде одноканальной СМО.

Входящий поток задач рассматриваемой системы – неоднородный [11]: поступает два потока пользовательских задач разного приоритета. Очереди для задач каждого класса являются ограниченными по длине. Для примера, в данной работе длина очередей принята одинаковой и равной $r_1 = r_2 = 1$

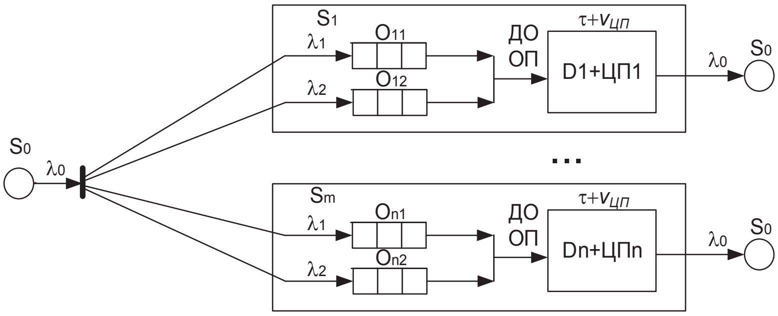

Рисунок 1. *Схема математической модели n-процессорной системы с индивидуальными диспетчерами*

Дисциплина буферизации – без вытеснения задач: если при поступлении в систему задачи любого класса соответствующая очередь заполнена до конца, то задача теряется. Дисциплина обслуживания – с относительными приоритетами: задачи первого класса имеют высший приоритет по отношению к задачам второго класса.

Поступающие в систему задачи двух классов образуют потоки с интенсивностями λ_1 и λ_2 соответственно.

Длительности обслуживания задач каждого класса распределены по экспоненциальному закону с интенсивностями $\mu_1 = 1/b_1$ и $\mu_2 = 1/b_2$, где b_1 и b_2 соответственно средние длительности обслуживания задач класса 1 и 2.

Для описания состояний марковского процесса будем использовать распределение задач между ДЗ и очередями. Закодируем состояния следующим образом: X_i: (Д/O$_1$, O$_2$), где Д= {0, 1, 2} – состояние ДЗ, задаваемое классом задачи, находящейся на обслуживании («0» – ДЗ; «1» или «2» – на обслуживании находится задача класса 1 или 2); O$_1$, O$_2$= {0,1} – состояние очередей 1 и 2 («0» - отсутствие задачи в очереди, «1» - наличие одной задачи в очереди соответствующего класса). При таком предложенном способе кодирования система может находиться в следующих состояниях (рис. 2):

X_0: (0/0,0) – в системе нет ни одной задачи;

X_1: (1/0,0) – на обслуживании находится задача класса 1;

X_2: (2/0,0) – на обслуживании находится задача класса 2;

X_3: (1/1,0) – на обслуживании находится задача класса 1 и одна задача класса 1 ожидает обслуживания в очереди O$_{11}$;

X_4: (1/0,1) – на обслуживании находится задача класса 1 и одна задача класса 2 ожидает обслуживания в очереди O$_{12}$;

X_5: (2/1,0) – на обслуживании находится задача класса 2 и одна задача класса 1 ожидает обслуживания в очереди O$_{11}$;

X_6: (2/0,1) – на обслуживании находится задача класса 2 и одна задача класса 2 ожидает обслуживания в очереди O$_{12}$;

X_7: (1/1,1) – на обслуживании находится задача класса 1 и по одной задачи класса 1 и 2 ожидают обслуживания в очередях O$_{11}$ и O$_{12}$;

X_8: (2/1,1) – на обслуживании находится задача класса 2 и по одной задачи класса 1 и 2 ожидают обслуживания в очередях O$_{11}$ и O$_{12}$;

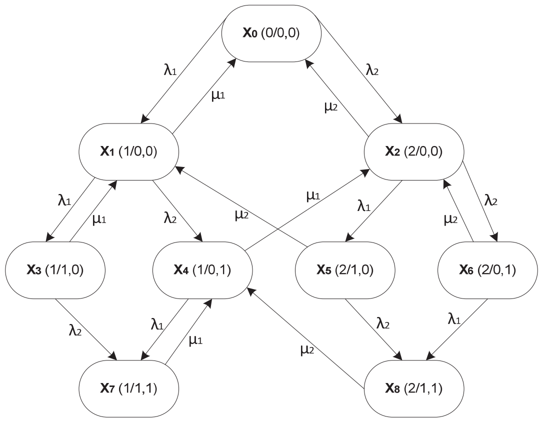

Рисунок 2. *Размеченный граф переходов*

В каждый момент времени происходит только одно событие: либо поступление задачи какого-либо класса, либо завершение обслуживания задачи в ДЗ, поскольку вероятность появления двух и более событий в один и тот же момент времени равна нулю [12; 13].

При наличии в очередях задач первого и второго приоритетов (состояния $\boldsymbol{X_7}$ и $\boldsymbol{X_8}$) после завершения обслуживания некоторой задачи в ДЗ случайный процесс переходит в состояние $\boldsymbol{X_4}$, означающее, что на обслуживание всегда выбирается высокоприоритетная задача класса 1.

По графу переходов составим систему уравнений для определения стационарных вероятностей:

$$\begin{cases} (\lambda_1+\lambda_2)\cdot p_0 = \mu_1\cdot p_1 + \mu_2\cdot p_2 \\ (\lambda_1+\lambda_2+\mu_1)\cdot p_1 = \lambda_1\cdot p_0 + \mu_1\cdot p_3 + \mu_2\cdot p_5 \\ (\lambda_1+\lambda_2+\mu_2)\cdot p_2 = \lambda_2\cdot p_0 + \mu_1\cdot p_4 + \mu_2\cdot p_6 \\ (\lambda_2+\mu_1)\cdot p_3 = \lambda_1\cdot p_1 \\ (\lambda_1+\mu_1)\cdot p_4 = \lambda_2\cdot p_1 + \mu_1\cdot p_7 + \mu_2\cdot p_8 \\ (\lambda_2+\mu_2)\cdot p_5 = \lambda_1\cdot p_2 \\ (\lambda_1+\mu_2)\cdot p_6 = \lambda_2\cdot p_2 \\ \mu_1\cdot p_7 = \lambda_2\cdot p_8 + \lambda_1\cdot p_4 \\ \mu_2\cdot p_8 = \lambda_2\cdot p_5 + \lambda_1\cdot p_6 \\ p_0+p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6+p_7+p_8 = 1 \end{cases} \tag{1}$$

Расчет характеристик представленной системы будем производить двумя способами: 1) для каждого класса задач; 2) для суммарного потока задач.

Расчет характеристик обслуживания задач каждого класса (приоритета) выполняется по следующим выражениям:

а) нагрузка на ДЗ

$$y_1 = \frac{\lambda_1}{\mu_1} = \lambda_1\cdot b_1;\ \ y_2 = \frac{\lambda_2}{\mu_2} = \lambda_2\cdot b_2 \tag{2}$$

б) загрузка, создаваемая потоком задач, которая может характеризоваться вероятностью того, что на обслуживании в ДЗ находится задача класса 1 или 2 соответственно

$$\rho_1 = p_1+p_3+p_4+p_7;\ \ \rho_2 = p_2+p_5+p_6+p_8 \tag{3}$$

в) среднее число задач в очередях перед ДЗ

$$l_1 = p_3+p_5+p_7+p_8;\ \ l_2 = p_4+p_6+p_7+p_8 \tag{4}$$

г) среднее число задач в очередях и на обслуживании

$$m_1 = l_1+\rho_1;\ \ m_2 = l_2+\rho_2 \tag{5}$$

д) вероятность потери задач из-за переполнения очередей

$$\zeta_1 = p_3+p_5+p_7+p_8;\ \ \zeta_2 = p_4+p_6+p_7+p_8 \tag{6}$$

е) производительность по каждому классу (приоритету) задач

$$\lambda_1^{'} = \lambda_1 \cdot (1 - \zeta_1); \;\; \lambda_2^{'} = \lambda_2 \cdot (1 - \zeta_2) \qquad (7)$$

ж) среднее время ожидания задач в очередях

$$\omega_1 = \frac{l_1}{\lambda_1^{'}}; \quad \omega_2 = \frac{l_2}{\lambda_2^{'}} \qquad (8)$$

з) среднее время пребывания задач в системе

$$u_1 = {m_1}/{\lambda_1^{'}} + \nu_{ЦП} = \omega_1 + b_1 + \nu_{ЦП}; \;\; u_2 = {m_2}/{\lambda_2^{'}} + \nu_{ЦП} = \omega_2 + b_2 + \nu_{ЦП} \qquad (9)$$

Расчет характеристик обслуживания задач суммарного потока выполняется по следующим выражениям:

1) суммарная нагрузка на ДЗ

$$Y = y_1 + y_2 \qquad (10)$$

2) суммарная загрузка системы

$$\mathrm{P} = \rho_1 + \rho_2 \qquad (11)$$

3) коэффициент простоя системы

$$\psi = 1 - \mathrm{P} \qquad (12)$$

4) суммарное число задач в очередях

$$L = l_1 + l_2 \qquad (13)$$

5) суммарное число задач в системе

$$M = m_1 + m_2 = L + \mathrm{P} \qquad (14)$$

6) вероятность потери задач

$$\mathrm{Z} = \zeta_1 + \zeta_2 \qquad (15)$$

7) производительность системы

$$\Lambda^{'} = \lambda_1^{'} + \lambda_2^{'} \qquad (16)$$

8) среднее время ожидания в очередях задач суммарного потока

$$W = {(\lambda_1^{'}\omega_1 + \lambda_2^{'}\omega_2)}/{\lambda^{'}} = {L}/{\lambda^{'}} \qquad (17)$$

9) среднее время пребывания задач суммарного потока

$$U = {(\lambda_1^{'}u_1 + \lambda_2^{'}u_2)}/{\lambda^{'}} = {m}/{\lambda^{'}} = W + (b_1 + b_2) + \nu_{ЦП} \qquad (18)$$

Ниже приведены полученные графики численного моделирования ДЗ со стратегией разделения в пространстве (рис. 3, рис. 4).

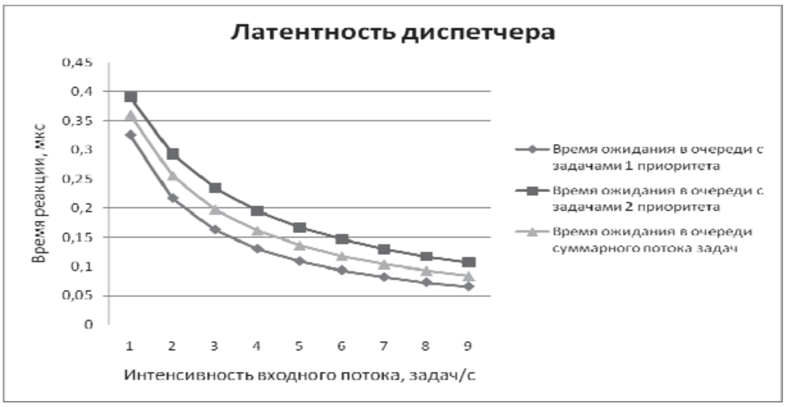

Рисунок 3. *Зависимость латентности диспетчера задач от интенсивности неоднородного входного потока задач*

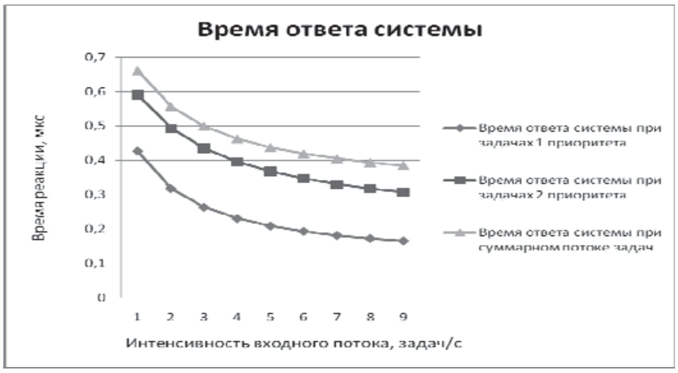

Рисунок 4. *Зависимость времени ответа системы от интенсивности неоднородного входного потока задач*

Выводы. Были получены выражения для численного расчета основных вероятностно-временных характеристик ДЗ со стратегией разделения в пространстве. Расчет характеристик представленной системы производился двумя способами: а) для каждого класса задач; б) для суммарного потока задач.

ЛИТЕРАТУРА

11. Таненбаум Э., Бос Х. Современные операционные системы. 4-е изд. – СПб.: Питер, 2015. – 1120 с.
12. Мартышкин А.И. Исследование алгоритмов планирования процессов в системах реального времени // Современные методы и средства обработки пространственно-временных сигналов : сборник статей XIII Всероссийской научно-технической конференции / под ред. И.И. Сальникова. Пенза, 2015. – С. 118–124.
13. Мартышкин А.И. Математическое моделирование диспетчеров задач со стратегией разделения в пространстве с однородным входящим потоком и ограниченной очередью // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2015. – № 3 (25). – С. 135–142.
14. Мартышкин А.И., Воронцов А.А., Валова О.О. Математическое моделирование диспетчеров задач с пространственным разделением с неоднородным потоком задач на обслуживание и ограниченной длиной очереди // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2015. – № 3 (25). – С. 142–149.
15. Мартышкин А.И., Бикташев Р.А. Математическое моделирование диспетчеров задач со стратегией разделения пространства для параллельных вычислительных систем на основе разомкнутых сетей массового обслуживания // Технические науки – от теории к практике. – 2013. – № 26 – С. 36–42.
16. Мартышкин А.И. Численное моделирование диспетчеров задач со стратегией разделения пространства для параллельных вычислительных систем на основе разомкнутых сетей массового обслуживания // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2013. – № 10 (14). – С. 159–165.
17. Мартышкин А.И. Численное моделирование диспетчеров задач со стратегией разделения в пространстве для многопроцессорных систем на основе сетей массового обслуживания // Технические науки – от теории к практике. – 2014. – № 39 – С. 32–40.
18. Мартышкин А.И. Математическое моделирование диспетчеров задач в многопроцессорных вычислительных системах на основе стохастических сетей массового обслуживания: диссертация ... кандидата технических наук: 05.13.18 / А.И. Мартышкин; Пензенская государственная технологическая академия. – Пенза, 2013.
19. Алиев Т.И. Основы моделирования дискретных систем. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2009. – 363 с.
20. Martyshkin A.I., Yasarevskaya O.N. Mathematical modeling of Task Managers for Multiprocessor systems on the basis of open-loop queuing networks // ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences. – 2015. – V. 10. – N. 16. – P. 6744–6749.
21. Мартышкин А. И. Исследование диспетчеров задач многопроцессорных систем на моделях массового обслуживания // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. – 2012. – № 5. – С. 139–145.
22. Бикташев Р.А., Мартышкин А.И. Моделирование диспетчеров задач многопроцессорных систем // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 6. – С. 8–85.

23. Мартышкин А.И., Бикташев Р.А., Востоков Н.Г. Математическое моделирование диспетчеров задач для систем параллельной обработки на основе разомкнутых систем массового обслуживания // В мире научных открытий. – 2013. – № 6.1 (42). – С. 81–101.

А.І. Мартишкін*. *Чисельне моделювання диспетчерів завдань із стратегією розподілу в просторі в складі багатопроцесорної системи на основі відкритих мереж масового обслуговування. – Стаття.

Анотація. *У статті проводиться моделювання підсистеми диспетчеризації для аналізу продуктивності диспетчера завдань із стратегією розподілу в просторі в складі багатопроцесорної системи. Методи дослідження базуються на положеннях теорії систем і мереж масового обслуговування і теорії ймовірностей. У статті наводиться можливий варіант чисельного моделювання диспетчерів завдань на основі відкритих (розімкнутих) мереж масового обслуговування. Результатами роботи є вирази для розрахунку характеристик представленої системи: для кожного класу задач окремо і для сумарного потоку задач. Зроблені висновки.*

Ключові слова: *математична модель, диспетчер завдань, розподіл у просторі, випадковий процес, система масового обслуговування, пріоритет, ймовірність.*

Alexey I. Martyshkin*. *Numerical Modeling of Task Managers with the Strategy of Separation in Space in Multiprocessor Systems Based on Open Queueing Networks. – Article.

Summary. *The article presents a simulation of the dispatching subsystem to analyze the performance of the task with the strategy of separation in space in multiprocessor system. Research methods based on the theory of systems and networks queueing and probability theory. The article presents the variant of numerical modeling of tasks based on open (open) queueing networks. The results are expressions for calculating the characteristics of the system: for each class of problems separately and for the total task flow. Conclusions. The conclusions made.*

Key words: *mathematical model, task manager, space division, the stochastic process, queuing system, priority, probability.*

УДК 519.237.07

В.А. Шовин,
научный сотрудник,
Омский филиал Федерального государственного
бюджетного учреждения науки
Института математики им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения РАН
г. Омск, Российская Федерация

ВЕРЛЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОТОКА КРОВИ В ДЕФОРМИРУЕМОМ СОСУДЕ

Аннотация. *Проведено моделирования потока двухфазной крови, состоящей из эритроцитов и плазмы, в эластичном деформируемом сосуде на базе физической имитации по методу Верле. Получены профили скоростей фаз в кровеносном сосуде: эритроциты двигаются быстрее плазмы, профиль эритроцитов оказывается более плоским к центру сосуда, и более крутым у стенки. Данные профили соответствуют меньшему внутреннему трению эритроцитов, и эритроцитов и плазмы, чем плазмы, а также меньшему трению эритроцитов и стенки сосуда.*

Ключевые слова: *метод Верле, деформируемый кровеносный сосуд, поток крови*