

4. Косолапов А.А. Эпоха интеллектуальных транспортных систем [Текст] / А.А. Косолапов // Наукові записки Міжнародного гуманітарного університету : [збірник] - Одеса : Феникс. - 2015. - № 24. - С. 128-131.
5. Ланир Д. Вы не гаджет. Манифест / Дж. Ланир. — Москва : Астрель, Сорпс, 2011. - 317 с.
6. Норвиг Питер Р.С. Искусственный интеллект. Современный подход. Руководство / П. Норвиг, С. Рассел. — Спб : Диалектика / Вильямс, 2015. - 1408 с.
7. Уэбстер Ф. Теории информационного общества / Ф. Уэбстер. — Москва : Аспект Пресс, 2004. - 400 с.
8. Bishop P. Fifth Generation Computers, New York, 1986, Tohru Moto-Oka, Masaru Kitsuregawa, The Fifth Generation Computer: The Japanese Challenge. - New York, 1985. - 122 p.
9. Окинавская Хартия Глобального Информационного Общества // Дипломатический вестник. - 2000. - № 8. - С. 31-56.
10. Азимов А. Избранное / А. Азимов, пер. С. Васильевой. - Москва : Мир, 1989. - 528 с.
11. Караваев Н.Л. Об антропологических проблемах информационного общества / Н. Л. Караваев // Философские пробл. информ. техн. и киберпространства. - 2013. - № 1. - С. 65-73.

*A.A. Kosolapov. Філософські проблеми інформатизації суспільства. - Стаття.*

*Анотація.* У статті розглядаються етапи комп'ютеризації суспільства і розвиток тенденцій негативного впливу інформаційних технологій і Інтернет на людину.

*Ключові слова:* комп'ютеризація, інформатизація, Інтернет, філософсько-антропологічні проблеми.

*Anatoliy A. Kosolapov. Philosophical Problems of the Infomationization of Society.- Article.*

*Annotation.* In the article are examined the stages of computerization of society and development of the negative influencing of informations technologies and INTERNET on a man.

*Keywords:* Computerization, informatization, Internet, philosophical-anthropological problems.

УДК 631.5

*А.Н. Красовский,*

*доктор физико-математических наук, профессор*

*О.А. Суслова,*

*аспирант кафедры информационных технологий  
и математического моделирования,*

*Уральский государственный аграрный университет  
г. Екатеринбург, Российская федерация*

## **УПРОЩЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ КВАДРОКОПТЕРА**

*Аннотация.* В статье рассматривается упрощенная математическая модель движения квадрокоптера под действием некоторых выбранных управляющих воздействий. При этом в качестве таких воздействий выбираются угловые скорости вращения винтов. Каждый из четырех винтов снабжен своим электродвигателем и, следовательно, скорости вращения всех винтов могут быть различными. Рассмотрены случаи выбора управлений, обеспечивающих вертикальный взлет или посадку, случаи вращения квадрокоптера в горизонтальной плоскости на некоторой фиксированной высоте, а также его полет в каком-либо направлении в горизонтальной плоскости. Предлагается и обосновывается некоторая новая модификация математической модели полета в форме дифференциальных уравнений Ньютона-Эйлера. Рассматривается оптимизация движения полета по критерию качества процесса управления, определяющего затраты энергии на выработку управляющих воздействий на заданном зафиксированном отрезке времени.

*Ключевые слова:* квадрокоптер, движение, математическая модель, управляющее воздействие.

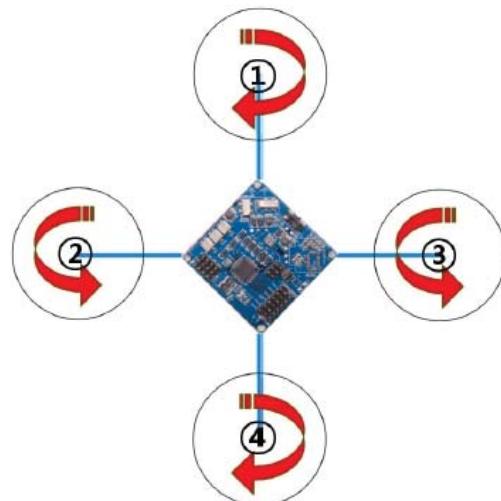
В работе рассматривается, обосновывается и исследуется некоторая новая упрощенная математическая модель управляемого движения квадрокоптером. Как известно, под математической моделью того или иного процесса, не важно какого, механического, биологического или медицинского, понимается описание динамики этого процесса с помощью дифференциальных уравнений [4]. При этом обычно, процесс рассматривается на некотором фиксированном отрезке времени, то есть начальный момент времени (момент старта) и момент окончания процесса управления, заданный и зафиксированный. Особую роль при составлении математической модели играет выбор управляющих воздействий или просто управлений, то есть параметров системы, которая подвластна нашему влиянию и существенно влияют на динамику процесса (движение управляемого объекта).

В данной работе предлагается некоторая математическая модель для движения конкретного механического объекта, совершающего движение в трёхмерном пространстве. В качестве этого объекта выбран квадрокоптер, способный двигаться вверх и вниз, совершать вращательные движения [7] вокруг вертикальной оси, проходящей через центр тяжести, горизонтальной плоскости, а также совершать поступательные движения [7] в горизонтальных плоскостях. Такие движения у квадрокоптера осуществляются благодаря четырём винтам (рис. 1)



*Рис. 1. Квадрокоптер*

При этом каждый из винтов имеет свой привод (электродвигатель), придающий ему вращение вокруг вертикальной оси. Два винта вращаются по часовой стрелке и два винта против (рис. 2)



*Рис. 2. Схема вращения винтов квадрокоптера*

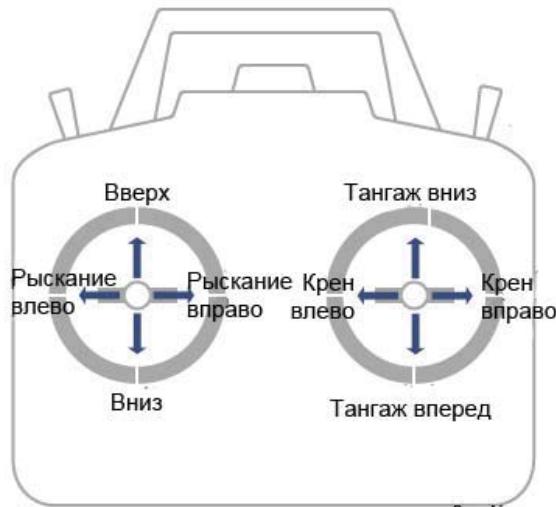
При этом винты квадрокоптера, в зависимости от направления вращения, имеют вид (рис. 3)



*Рис. 3. Винты квадрокоптера*

Содержательно управление квадрокоптером осуществляется изменением угловых скоростей вращений винтов, в зависимости от требуемого движения. А именно, для подъёма и спуска – все винты вращаются с одинаковой скоростью. Для движения в сторону требуется ускорить винты с одной стороны и замедлить с другой. Для поворота необходимо ускорить винты, вращающиеся по часовой стрелке, и замедлить вращающиеся против.

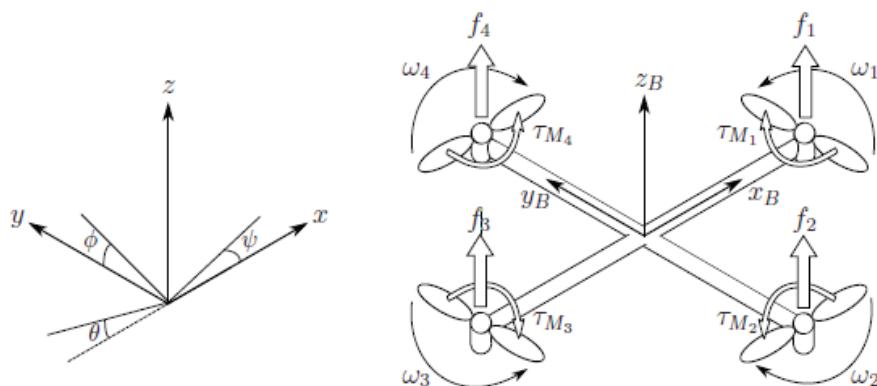
В простейшем случае управление осуществляется с помощью пульта [10] (рис. 4)



*Рис. 4. Пульт дистанционного управления*

Также, в простейших случаях, управление может осуществляться с мобильного устройства через специальное приложение, путём подключения квадрокоптера к устройству через wi-fi.

Перейдём к построению оригинальной управляемой математической модели для рассматриваемого типа квадрокоптера. «Расчёчная схема» для такого квадрокоптера, представлена на рис. 5



*Рис. 5. «Расчёчная схема» для математической модели*

Здесь  $\omega_i, i = 1, \dots, 4$  - угловые скорости вращения винтов в указанных направлениях;  $f_i, i = 1, \dots, 4$  – силы, создаваемые винтами и соответствующие этим угловым скоростям. Как было указано выше, управление квадрокоптером как раз и осуществляется с помощью изменения указанных угловых скоростей и создаваемых ими сил. Изменение этих сил подвластно нам, то есть находится под нашим контролем (control – управление, англ.). Таки образом, эти силы и будут играть роль управляющих воздействий или просто – управлений в нашей математической модели. В соответствии с общепринятым, обозначим эти силы буквами  $u_i, i = 1, \dots, 4$ . Естественно, что эти силы, хотя и могут меняться по направлению – вверх и вниз, но являются ограниченными по величине. Эта величина определяется ресурсом, в данном случае, включенных в схему электродвигателей. Таким образом, имеем:

$$-R \leq u_i \leq R, i = 1, \dots, 4, \quad (1)$$

где  $R \geq 0$  – некоторая константа, которая определяет указанный ресурс управления.

С учётом введённых обозначений (рис. 5) и формула (1), а также дифференциальных уравнений Ньютона-Эйлера [8], опуская промежуточные выкладки, приходим к следующей форме математической модели для рассматриваемой механической системы, моделирующей движение рассматриваемого квадрокоптера (рис. 1, рис. 5)

$$\dot{p} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = F(t, p, u), \quad t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}} \quad (2)$$

где  $t_{\text{нач}}$  – момент начала движения (процесса управления),  $t_{\text{кон}}$  – момент окончания процесса управления, при условиях (1). Здесь функционал в правой части уравнения (2) строится по известным конструкциям из теоретической механики и математической теории управления [9]. В выражении (2) точка над буквой обозначает первую производную, то есть  $\dot{p} = \frac{dp}{dt}$  [7]. Применяя известный метод линеаризации нелинейных дифференциальных уравнений и рассматривая малые движения системы, т.е. на малом отрезке времени, решать задачу управления о переводе системы (2) из заданного начального состояния в заданное конечное состояние можно с помощью программного управления  $\{u[t], t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}\}$  [5] для линейной системы вида:

$$\dot{p} = A(t)p + B(t)u, \quad t_{\text{нач}} \leq t \leq t_{\text{кон}}, \quad p[t_{\text{нач}}] = p_*, \quad p[t_{\text{кон}}] = p^* \quad (3)$$

Здесь  $\dot{p}$  – шестимерный вектор из (2),  $u$  – управление (1). Параметры системы (3) получаются линеаризацией соответствующих частей функционала (2), то есть отбрасыванием в функционале (2) членов большего порядка малости, чем один. Эти преобразования, как и в случае построения функционала (2), не представляют трудности и ввиду их большого объёма здесь опущены. Основная цель работы – указать конструкцию оптимального управления, переводящего систему (1) из заданного начального в заданное конечное состояние за маленький отрезок времени. Решение этой задачи приведено в работе авторов [5]. А именно искомое программное управление  $\{u^*(\tau), t_{\text{нач}} \leq \tau \leq t_{\text{кон}}\}$ , выражается следующей формулой:

$$u^*(\tau) = B' P'(\tau) (F^*)^{-1} (p_{\text{кон}}^* - P(\tau, t_{\text{нач}}) x_{\text{нач}}), \quad (4)$$

где

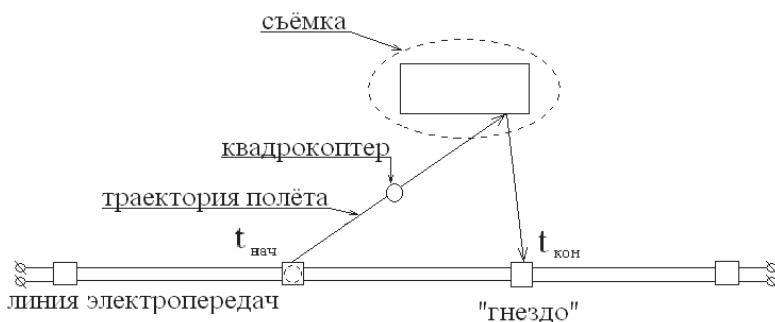
$$F^* = \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{кон}}} X(\tau) B' B' X'(\tau) d\tau \quad (5)$$

Здесь верхний индекс обозначает транспонирование, а верхний индекс «-1», обозначает обратную матрицу, а  $X(t, \tau)$  – фундаментальная матрица [9]. Доказано для широкого круга задач программного управления [5], что так построенное управление является оптимальным по критерию качества:

$$y = \int_{t_{\text{ нач}}}^{t_{\text{ кон}}} u^2 [\tau] d\tau, \quad (6)$$

характеризующим затраты энергии на выработку управляющего воздействия. То есть управление (4), (5) даёт наименьшее значение критерия качества процесса управления (6) по сравнению со всеми другими возможными управлениями. Известно, что критерии качества вида (6) характеризуют затраты энергии для так называемых «двигателей малой тяги» в авиации и ракетной технике. Следовательно и их применение для летательных аппаратов типа дронов-квадрокоптеров, рассмотренных в данной работе, представляется целесообразным и обоснованным.

В качестве иллюстрирующего примера, можно рассмотреть движение квадрокоптера по заданной траектории [6]. При этом схема движения квадрокоптера имеет вид (рис. 6)



*Рис. 6. Схема движения квадрокоптера*

## ЛИТЕРАТУРА

- Белоконь С.А. Управление параметрами полета квадрокоптера при движении по заданной траектории / С.А. Белоконь и др. // Автометрия. – 2012. – № 5. – С. 32–41.
- Будай Б.Т. К вопросу о повышении точности измерения координат / Н.А. Красовский, Б.Т. Будай // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2008. Т. 6. – № 69. – С. 85–91.
- Будай Б.Т. Оценка параметров «смазы» изображения в замкнутых контурах управления оптико-электронных систем / Н.А. Красовский, Б.Т. Будай // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2009. Т. 3. – № 80. – С. 166–174.
- К Ким А.В. Математическое и компьютерное моделирование систем с последействием / А.Н. Красовский, А.В. Ким. – Екатеринбург: УГТУ-УПИ, 2010. – 134 с.
- Красовский А.Н. Основы программного управления линейными динамическими системами / А.Н. Красовский, А.Г. Парамонов, С.В. Никаноров. – Екатеринбург: УрГАУ, 2014. – 47 с.
- Красовский А.Н., Суслова О.А. Облёт дронами-квадрокоптерами сельскохозяйственных угодий / А.Н. Красовский, О.А. Суслова // Аграрный вестник Урала. – 2016. – № 1. – С. 29–32.
- Красовский А.Н. Теоретическая механика: курс лекций / А.Н. Красовский, Е.С. Чой. – Екатеринбург: УрГАУ, 2014. – 240 с.
- О’Реили О. М. Курс динамики для инженеров: единый подход к механике Ньютона-Эйлера и механике Лагранжа / О.М. О’Реили. – М.–Ижевск: Ижевский институт компьютерных исследований, 2011. – 504 с.
- Красовский А.Н., Красовский Н.Н. Управление при дефиците информации / Н.Н. Красовский, А.Н. Красовский. – Биркхайзер, Бостон, США, 1995. – 320 с.

10. Как управлять квадрокоптером? [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://quadrocoptery.ru/how-to-fly-a-quadcopter/>

*A. M. Красовський, O.O. Суслов. Спрощена математична модель керованого руху квадрокоптера. – Стаття.*

**Анотація.** У статті розглядається спрощена математична модель руху квадрокоптера під дією деяких обраних управлюючих впливів. При цьому в якості таких впливів вибираються кутові швидкості обертання гвинтів. Коєсен з чотирьох гвинтів забезпечений своїм електродвигуном  $i$ , отже, швидкості обертання всіх гвинтів можуть бути різними. Розглянуто випадки вибору управлінь, які забезпечують вертикальний зліт або посадку, випадки обертання квадрокоптера в горизонтальній площині на деякій фіксованій висоті, а також його політ в будь-якому напрямку в горизонтальній площині. Пропонується і обґрунтовається деяка нова модифікація математичної моделі польоту в формі диференціальних рівнянь Ньютона-Ейлера. Розглядається оптимізація руху польоту за критерієм якості процесу управління, що визначає витрати енергії на вироблення управлюючих впливів на заданому зафікованому відрізку часу.

**Ключові слова:** квадрокоптер, рух, математична модель, управлюючий вплив.

*Andrei N. Krasovskii, Olga A. Suslova. A Simplified Mathematical Model of the Controlled Motion of the Quadrocopter. – Article.*

**Summary.** A simplified mathematical model of a quadrocopter motion under some controlled actions is considered. As these actions angular velocities of helix blades rotation are chosen. Each of four helix blades has own electric motor and, consequently, rotation velocities can be different. Cases of control choose, that provide vertical takeoff and landing, cases of quadrocopter rotation in horizontal plane on some fixed height and case of its flight in some direction in horizontal plane are considered. Some new modification of a mathematical model of the flight in the form of Newton-Euler differential equations is proposed and proved. An optimization of the flight motion with the quality index of control process, that determines the energy consumption for the production of control actions in a given fixed time interval is considered. In this time interval the drone makes a flight from the given initial to the given terminal position in the three-dimensional Euclidian space.

**Key words :** quadrocopter , motion , mathematical model, control action.

**УДК 519.872**

**Мартышкин А.И.,**

кандидат технических наук,  
доцент кафедры ВМиС

Пензенского государственного технологического университета,  
г. Пенза, Российская Федерация

## **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОЦЕНКА ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ СРЕДСТВ СИНХРОНИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ В МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ**

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-07-00012 А).*

**Аннотация.** В статье показаны методы планирования оживленных семафоров, которые используются для синхронизации взаимодействующих процессов при их доступе к общему ресурсу в многопроцессорных системах. Предложены математические модели на основе систем и сетей массового обслуживания для оценки временных потерь процессов из-за образования перед семафором очередей ожидающих процессов. Построены графики. По работе сделаны соответствующие выводы.

**Ключевые слова:** многопроцессорная система, математическое моделирование, операционная система, семафор, общий ресурс, критическая секция, теория массового обслуживания.